

元利均等方式における割賦金の算定

hadacchi

<http://hadacchi.com>

1. はじめに

本稿は, hadacchi がローンの仕組みを学ぶにあたり, 元利均等方式における割賦金の算定過程を残したものである. 今後の再計算を避けるため, 文書にて残す.

$$\alpha = \frac{x}{r}.$$

すなわち,

$$a_k - \frac{x}{r} = (1+r) \left(a_{k-1} - \frac{x}{r} \right).$$

これを解くと,

$$a_k = (1+r)^k \left(a_0 - \frac{x}{r} \right) + \frac{x}{r}.$$

2. 条件

元金: a_0 円

割賦回数: n 回

利率 (月利): r

k 回目割賦金: x_k 円

k 回目割賦金支払後残高: a_k 円

4.1. 割賦回数を指定し算定する場合

返済回数を n 回とし, $a_n = 0$ であることから, 漸化式は x について, 次のように解くことができる.

$$0 = (1+r)^n a_0 - \frac{x}{r} (1+r)^n + \frac{x}{r},$$

$$x(-1 + (1+r)^n) = r(1+r)^n a_0,$$

$$x = \frac{ra_0}{1 - (1+r)^{-n}}.$$

3. 前提

割賦金が固定であるため,

$$x_k = x,$$

とする.

元利均等方式では, 割賦金と利息分との差額のみ元金へ充当されることから, k 回目の割賦後のローン残高は,

$$\begin{aligned} a_k &= a_{k-1} - (x - ra_{k-1}) \\ &= (1+r)a_{k-1} - x. \end{aligned}$$

なお, 繰り上げ返済が認められる場合, 繰り上げ返済金額 $x+c$ 円のうち c 円は, その時点で元金へ充当される.

4.2. 割賦金を指定し算定する場合

繰り上げ返済を考えない場合に有限な期間で元金を返済できる条件は $x > ra_0$ であることに注意して, 漸化式は n について次のように解くことができる.

$$(1+r)^n = \frac{x}{r\left(\frac{x}{r} - a_0\right)},$$

$$n \ln(1+r) = \ln x - \ln r - \ln\left(\frac{x}{r} - a_0\right),$$

$$n = \frac{\ln x - \ln r - \ln\left(\frac{x}{r} - a_0\right)}{\ln(1+r)}.$$

4. 算定

3 節の結果を等比級数化するため

$$a_k - \alpha = (1+r)(a_{k-1} - \alpha),$$

とおくと,

5. 結論

以上より，本条件における割賦金は

$\frac{ra_0}{1-(1+r)^{-n}}$ 円であり， k 回目の割賦における利

子支払分は ra_{k-1} 円，元金充当分は，

$\frac{ra_0}{1-(1+r)^{-n}} - ra_{k-1}$ 円である．また，返済完了回

数は $\frac{\ln x - \ln r - \ln\left(\frac{x}{r} - a_0\right)}{\ln(1+r)}$ 回である．